



2. MÔN TOÁN

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

I. ĐẠI SỐ

1. Phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn
2. Phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn
3. Căn bậc hai và căn bậc ba

II. HÌNH HỌC

1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông
2. Đường tròn

B. BÀI TẬP MINH HOẠ:

I. CÁC DẠNG BÀI VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} & 2) \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy - 1 \\ (x-3)(y-3) = xy - 3 \end{cases} & 3) \begin{cases} 0,15x - 2,1y = 1,1 \\ 2x - y = -2,5 \end{cases} \\ 4) \begin{cases} \sqrt{2x-1} + 6y = 12 \\ 3\sqrt{2x-1} - 2y = -4 \end{cases} & 5) \begin{cases} 5(x+2y) - 3(x-y) = 99 \\ x - 3y = 7x - 4y - 17 \end{cases} & 6) \begin{cases} x^2 + 2(y^2 + 2y) = 7 \\ 4x^2 - (y^2 + 2y) = 13 \end{cases} \\ 7) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} & 8) \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases} & 9) \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases} \\ 10) \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{y}{y-1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = -1 \end{cases} & 11) \begin{cases} 2|x-1| + \frac{3}{\sqrt{y+2}} = 5 \\ |x-1| - \frac{1}{\sqrt{y+2}} = \frac{5}{3} \end{cases} & 12) \begin{cases} \frac{2}{x-2} - \sqrt{y+1} = 0 \\ \frac{3}{x-2} - 2\sqrt{y+1} + 1 = 0 \end{cases} \end{array}$$

Bài 2.

- a) Tìm a và b sao cho hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = -1 \\ ax + (3-b)y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là $(-1; 5)$
- b) Tìm a và b để đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm $H(-2; -1)$ và $K(2; 4)$
- c) Tìm a và b để đường thẳng $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2
- d) Tìm a và b trong phương trình hoá học đã được cân bằng sau
 $Fe(OH)_3 \rightarrow aFe_2O_3 + bH_2O$
- e) Tìm x và y trong phương trình hoá học đã được cân bằng sau
 $xZn + 4yHNO_3 \rightarrow xZn(NO_3)_2 + 2NO + 2yH_2O$

Bài 3. Bạn Minh dự định mua 2kg quả xoài và 2kg quả vải hết 100 000 đồng. Thực tế, Minh mua 3kg quả xoài và 1kg quả vải hết 90000 đồng. Tính giá tiền của một kg quả xoài và một kg quả vải mà bạn Minh đã mua.



TRƯỜNG THCS BA ĐÌNH

Bài 4. Một tổ may gồm 47 công nhân cả nam và nữ được giao nhiệm vụ may 350 chiếc áo cho cổ động viên để cổ vũ đoàn thể thao Việt Nam. Để hoàn thành nhiệm vụ, mỗi công nhân nam may 8 chiếc áo, mỗi công nhân nữ may 7 chiếc áo. Tính số công nhân nam và nữ của tổ may.

Bài 5. Trong kỳ thi cuối học kì 1 môn toán, tại một phòng thi có 24 thí sinh dự thi. Các thí sinh đều làm bài trên giấy thi của mình. Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi và bài làm của thí sinh chỉ gồm 1 tờ hoặc 2 tờ giấy thi. Hỏi trong phòng đó có bao nhiêu thí sinh bài làm gồm 1 tờ giấy thi, bao nhiêu thí sinh bài làm gồm 2 tờ giấy thi?

Bài 6. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờ tăng năng suất lao động tổ 1 làm vượt mức 10% và tổ 2 làm vượt mức 20% so với kế hoạch của mỗi tổ nên cả hai tổ làm được 685 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch.

Bài 7. Một dung dịch chứa 30% HNO_3 (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% HNO_3 . Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% HNO_3 ?

Bài 8. Trong một kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 hai trường THCS A và B có tất cả 450 học sinh dự thi. Biết số học sinh trúng tuyển của trường A bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh dự thi của trường A, số học sinh trúng tuyển của trường B bằng $\frac{9}{10}$ số học sinh dự thi trường B. Tổng số học sinh trúng tuyển của hai trường bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh dự thi của hai trường. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường.

Bài 9. Để chuẩn bị trao thưởng cho học sinh giỏi cuối năm học, trường THCS X cần mua 2000 quyển vở và 400 cây bút để làm phần thưởng. Nhà trường dự tính để mua với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 400 nghìn đồng. Vì mua với số lượng lớn nên đại lý bán quyết định giảm giá 5% cho mỗi quyển vở và 6% cho mỗi cây bút, vì thế nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng. Hỏi mỗi quyển vở và mỗi cây bút có giá bao nhiêu tiền?

Bài 10. Hai bác Hà và Tuấn đi xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm cách nhau 150 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi bác, biết rằng nếu bác Hà tăng vận tốc thêm 5 km/h và bác Tuấn giảm vận tốc 5 km/h thì vận tốc của bác Hà gấp đôi vận tốc của bác Tuấn.

Bài 11. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc và thời gian đã định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 10km/h thì đến B sớm hơn 30 phút so với dự định. Nếu ô tô giảm vận tốc đi 5km/h thì đến B muộn 20 phút so với dự định. Tính quãng đường AB.

Bài 12. Một canô đi xuôi dòng 96 km và ngược dòng 48 km mất tất cả 5 giờ. một lần khác canô đi xuôi dòng 48 km và ngược dòng 60 km mất 4 giờ. tính vận tốc riêng của canô và vận tốc dòng nước biết vận tốc dòng nước không thay đổi

Bài 13. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể chứa không có nước thì sau 16 giờ bể đầy. Sau khi cho vòi 1 chảy 3 giờ rồi khóa lại, cho vòi 2 chảy tiếp trong 6 giờ thì được 25% bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?

Bài 14. Hai công nhân làm chung trong 12 ngày thì hoàn thành công việc đã định. Họ làm chung với nhau trong 4 ngày thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai làm công việc còn lại trong 10 ngày. Hỏi nếu làm một mình thì người nào hoàn thành công việc sớm hơn?



TRƯỜNG THCS BA ĐÌNH

Bài 15. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15 m. Nếu giảm chiều dài 2 m và tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 44 m^2 . Tính diện tích của mảnh vườn.

Bài 16. Một phòng họp có 255 ghế được xếp thành từng hàng, các hàng có số ghế bằng nhau. Tại phòng họp đó có 320 người đến dự họp, do đó người ta kê thêm 1 hàng ghế có số ghế như các hàng ban đầu; sau đó mỗi hàng ghế xếp thêm 3 ghế thì vừa đủ chỗ ngồi cho người dự họp. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế?

Bài 17. Để hoàn thành một công việc theo dự định, cần một số công nhân làm trong một số ngày nhất định. Nếu bớt đi 2 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày mới có thể hoàn thành công việc. Nếu tăng thêm 5 công nhân thì công việc hoàn thành sớm hơn 4 ngày. Hỏi theo dự định, cần bao nhiêu công nhân và làm bao nhiêu ngày?

Bài 18. Bốn người góp cổ phần để kinh doanh. Số tiền người thứ hai góp bằng $\frac{4}{3}$ số tiền người thứ nhất, người thứ tư góp nhiều hơn người thứ ba là 3 tỉ đồng. Biết tổng số tiền người thứ hai và người thứ ba chiếm 48% cổ phần. Tổng số tiền của người thứ hai và thứ tư là 15 tỉ đồng. Hỏi tổng số tiền mà bốn người góp được là bao nhiêu.

II. CÁC DẠNG BÀI VỀ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Bài 19. Giải các phương trình sau.

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $6x^2 - 10x = 0$ | 2) $2x(x-7) + 3(7-x) = 0$ | 3) $9x^2 - (2x+1)^2 = 0$ |
| 4) $3x - 6 = (x-2)^2$ | 5) $9x^2 - 1 = (3x+1)(2x-3)$ | 6) $x^2 - 4x - 21 = 0$ |
| 7) $\frac{x}{3x-2} = \frac{x-3}{x-4}$ | 8) $\frac{3}{x+1} - \frac{4}{x-2} = \frac{-5}{6}$ | 9) $\frac{x^2 - 15x + 1}{x+17} = x - 2$ |
| 10) $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{x+1}{x^2-9} + 3$ | | 11) $\frac{2x+1}{x+1} - \frac{2}{x^2+x} = \frac{-2}{x}$ |
| 12) $\frac{1}{x-1} - \frac{x}{x^2+x+1} = \frac{4x}{x^3-1}$ | | 13) $\frac{2x-5}{x+4} + \frac{x}{4-x} = \frac{-17x+56}{x^2-16}$ |
| 14) $\frac{13}{(x-3)(2x+7)} + \frac{1}{2x+7} = \frac{6}{x^2-9}$ | | 15) $\frac{2}{-x^2+6x-8} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{x+3}{x-4}$ |

Bài 20. Giải các bất phương trình sau.

- | | |
|---|--|
| 1) $10x + 3 - 5x \leq 14x + 12$ | 2) $5(x-1) - x(7-x) < x^2$ |
| 3) $4(x-3)^2 - (2x-1)^2 \geq 12x$ | 4) $\frac{x+3}{4} + 1 < x + \frac{x+2}{3}$ |
| 5) $\frac{3x-1}{4} - \frac{3(x-2)}{8} - 1 > \frac{5-3x}{2}$ | 6) $\frac{x(1,5x+1)}{6} - \frac{(2-x)^2}{4} \geq \frac{5x}{2} - 2$ |

Bài 21. Tổng chi phí của một công ty sản xuất nước rửa tay là 80 triệu đồng/quý. Giá mỗi chai nước rửa tay là 18 000 đồng. Hỏi trung bình mỗi quý, công ty đó phải bán ít nhất bao nhiêu chai nước rửa tay để thu lợi nhuận không dưới 328 triệu đồng sau bốn quý?

Bài 22. Một nhà máy sản xuất xi măng mỗi ngày đều sản xuất được 100 tấn xi măng. Lượng xi măng tồn trong kho của nhà máy là 300 tấn. Hỏi nhà máy đó cần sản xuất trong ít nhất bao



TRƯỜNG THCS BA ĐÌNH

nhiều ngày để có thể xuất đi 15 300 tấn xi măng (tính cả lượng xi măng tồn trong kho)?

Bài 23. Để lập đội tuyển năng khiếu về bóng rổ của trường thầy thể dục đưa ra quy định tuyển chọn như sau. mỗi bạn dự tuyển sẽ được ném 10 quả bóng vào rổ, mỗi quả bóng vào rổ được cộng 4 điểm; mỗi quả bóng ném ra ngoài thì bị trừ 2 điểm. Nếu bạn nào có số điểm từ 22 điểm trở lên thì sẽ được chọn vào đội tuyển. Hỏi một học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ?

III. CÁC DẠNG BÀI VỀ CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

Bài 24. Rút gọn biểu thức

1) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{18} + 2\sqrt{32} - \sqrt{50}$

2) $\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$

3) $\frac{4}{\sqrt{3}+1} - \frac{5}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{\sqrt{3}-3}$

4) $\frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}}$

5) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(3-\sqrt{5})^2}$

6) $(3-\sqrt{2})\sqrt{11+6\sqrt{2}}$

7) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

8) $\sqrt{2}\sqrt{7+3\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}-1}$

9) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{75} - \sqrt{48}$

10) $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-\sqrt[3]{8}} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} + \sqrt[3]{64}$

11) $\sqrt{3^2+4^2} + (2\sqrt{2}-\sqrt{5})(2\sqrt{2}+\sqrt{5}) + \sqrt[3]{-64}$

12) $\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{13}} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(-\sqrt{3})^2} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{21}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$

Bài 25. Giải các phương trình sau

1) $4\sqrt{x-2} - 2 = 18$

2) $\sqrt{4x^2} = 16$

3) $\sqrt{1-4x+4x^2} = 3$

4) $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{-3}{2}$

5) $\sqrt{4x+12} + \sqrt{16x+48} = 21+3\sqrt{x+3}$

6) $\sqrt{25x-125} - 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 6$

7) $(\sqrt{x}+2)(3-2\sqrt{x}) = 5-2x$

8) $\sqrt{5-\sqrt{2x}} = 1-\sqrt{6}$

9) $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{5}{2\sqrt{x}-1}$

10) $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} + \sqrt{x-\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2}$

Bài 26. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{5}{\sqrt{x}+1} - \frac{8\sqrt{x}-6}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$

b) Tìm giá trị của x để biểu thức $A = \frac{1}{3}$



TRƯỜNG THCS BA ĐÌNH

c) Rút gọn biểu thức B

d) Tìm các giá trị của x để $\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}}{2}$

Bài 27. Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt[3]{-27} + \sqrt{25}$

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

c) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A - B < \frac{3}{2}$

Bài 28. Cho hai biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x^2 = 16$

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm các giá trị nguyên của x để $A - B$ có giá trị là số tự nhiên.

Bài 29. Cho hai biểu thức $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ và $B = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Tính giá trị biểu thức B với $x = 3$

b) Rút gọn biểu thức $P = A:B$

c) Chứng tỏ rằng không có giá trị nguyên nào của x để $P < -1$

Bài 30. Cho hai biểu thức $P = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}+1}$ và $Q = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} + \frac{1}{\sqrt{a}+2} - \frac{3\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}-2}$ với $a \geq 0, a \neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức P khi $a = 16$

b) Rút gọn biểu thức Q .

c) Tìm a để biểu thức $S = P.Q$ có giá trị lớn nhất.

Bài 31. Cho biểu thức. $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3\sqrt{x}+4}{x-1} \right) : \left(\frac{x+2}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức P ;

b) So sánh P với 2;

c) Tính giá trị của P khi $x = 2(3 - \sqrt{5})$

Bài 32. Cho biểu thức. $A = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn A ;

b) Tìm x để $A < 0$;

c) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên âm



Bài 33. Cho biểu thức. $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x-1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-3}$ với $x > 0, x \neq 4$

- Rút gọn P
- Tìm các giá trị của x để $P \geq \frac{2}{5}$
- Tìm các giá trị của x để P nguyên

Bài 34. Cho hai biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}+2}{x-4}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

- Tính giá trị của Q tại $x = \frac{1}{4}$
- Rút gọn P
- Đặt $M = \frac{P}{Q}$. So sánh M với $\sqrt{M}$

Bài 35. Cho hai biểu thức $A = \frac{x+12}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{A}{B}$

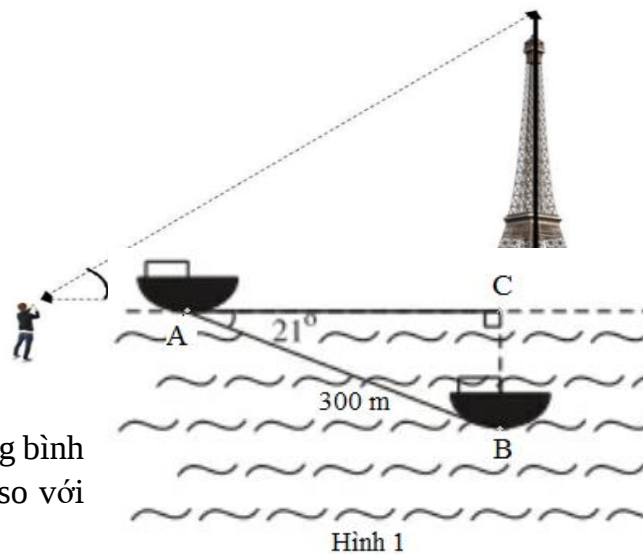
Bài 36. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0, x \neq 4$

- Tính giá trị của A tại $x = 5$;
- Rút gọn biểu thức $P = \frac{A}{B}$;
- Tìm x thỏa mãn $xP \leq 10\sqrt{x} - 29 - \sqrt{x-25}$

IV. HÌNH HỌC

Bài 37. Một người đứng cách tháp Eiffel 400m thì nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 39° . Biết mắt người ấy cách mặt đất là 1,4m. Hãy tính chiều cao tháp?

Bài 38. Trong một buổi tập luyện, một tàu ngầm đang ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc 21° (như hình vẽ). Khi tàu chuyển động theo hướng đó với tốc độ trung bình 9km/h thì sau bao lâu tàu sẽ ở độ sâu 250m so với





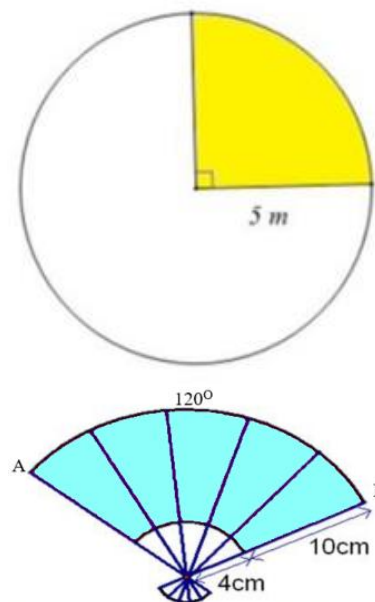
TRƯỜNG THCS BA ĐÌNH

mức nước biển? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 39. Bác An có một mảnh vườn trồng hoa có dạng hình tròn bán kính 5m. Bác dự định trồng hoa hồng vào phần được tô màu vàng như hình vẽ. Hỏi độ dài cung tròn của phần trồng hoa hồng là bao nhiêu? (lấy $\pi \approx 3,14$)

Bài 40. Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính 1,672m và bánh xe trước có đường kính 88cm. Khi bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Bài 41. Một chiếc quạt sau khi mở hết cỡ có các kích thước như hình vẽ sau. Tính diện tích của phần giấy để 10 làm chiếc quạt như vậy?



Bài 42. Người ta trải một cái khăn hình tròn có bán kính 1m trên một mặt bàn có mặt hình tròn bán kính 60cm. Tính diện tích phần khăn rủ xuống (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Bài 43. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ điểm I cố định nằm giữa A và O . Dây CD vuông góc với AB tại I . Gọi M là điểm tùy ý thuộc cung lớn CD (M không trùng với C, D). Dây AM cắt CD tại K .

- Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại C và AM là tiếp tuyến của đường tròn $(B; BM)$
- Gọi Q là trung điểm của KB . Chứng minh I, K, B, M cùng thuộc đường tròn đường kính KB .
- Chứng minh $\widehat{ACK} = \widehat{AMC}$

Bài 44. Cho nửa đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$, M là một điểm tùy ý trên nửa đường tròn (M khác A và B). Kẻ hai tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba lần lượt cắt Ax, By tại C và D . Chứng minh.

- $CD = AC + BD$ và $\widehat{COD} = 90^\circ$
- $AC \cdot BD = R^2$
- Gọi I là tâm đường tròn đi qua 3 điểm C, O, D . Chứng minh AB tiếp xúc với đường tròn (I)
- OC cắt AM tại E , OD cắt BM tại F . Chứng minh. $EF = R$.
- Tìm vị trí của M để CD có độ dài nhỏ nhất.

Bài 45. Từ điểm S nằm ngoài (O) vẽ các tiếp tuyến SA, SB (A, B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O) . Tiếp tuyến tại C của (O) cắt AB tại E . Chứng minh

- A, O, S, B cùng thuộc một đường tròn;
- $AC^2 = AB \cdot AE$
- $SO \parallel CB$
- $OE \perp SC$

Bài 46. Cho đường tròn $(O; R)$ và dây AB không đi qua tâm O . Gọi H là trung điểm của AB .

- Chứng minh rằng. $OH \perp AB$
- Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia OH tại điểm K . Vẽ đường kính AC . CK cắt đường tròn (O) tại D . Chứng minh rằng. $CD \cdot CK = 4R^2$.



c) Chứng minh rằng. $AK = \frac{AD^2}{2R \cdot \sin C \cdot \cos C}$

Bài 47. Cho điểm E thuộc nửa đường tròn tâm O , đường kính MN . Kẻ tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn tâm O , tiếp tuyến này cắt đường thẳng ME tại D .

a) Chứng minh tam giác MEN vuông tại E . Từ đó chứng minh $DE \cdot DM = DN^2$
b) Từ O kẻ OI vuông góc với ME (I thuộc ME). Chứng minh rằng bốn điểm O, I, D, N cùng thuộc một đường tròn

c) Vẽ đường tròn đường kính OD , cắt nửa đường trong tâm O tại điểm thứ hai là H . Chứng minh rằng $\widehat{DEH} = \widehat{DHM}$

Bài 48. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A sao cho $OA = 2R$, vẽ các tiếp tuyến AB, AC với $(O; R)$, B và C là các tiếp điểm. Vẽ đường kính BD .

a) Chứng minh 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn
b) Chứng minh rằng. $DC \parallel OA$
c) Đường trung trực của BD cắt AC và CD lần lượt tại S và E . Chứng minh $OCEA$ là hình thang cân.

d) Gọi I là giao điểm của đoạn OA và (O) , K là giao điểm của tia SI và AB . Tính theo R diện tích tứ giác $AKOS$

Bài 49. Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Điểm C thuộc đường tròn sao cho $AC > CB$ (C khác A và B) Kẻ CH vuông góc với AB tại H , kẻ OI vuông góc với AC tại I

a) Chứng minh bốn điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn
b) Kẻ tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$, tia OI cắt Ax tại M .

Chứng minh $OI \cdot OM = \frac{AB^2}{4}$

c) Gọi giao điểm của BM với CH là K . Chứng minh K là trung điểm của CH .

Bài 50. Cho đường tròn (O) , đường kính BC . Điểm A bất kì trên đường tròn. Vẽ dây cung AD của (O) vuông góc với đường kính BC tại H . Gọi M là trung điểm cạnh OC và I là trung điểm cạnh AC . Từ M vẽ đường thẳng vuông góc với OC , đường thẳng này cắt tia OI tại N . Trên tia ON lấy điểm S sao cho N là trung điểm của OS .

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và $HA = HD$.
b) Chứng minh SC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
c) Gọi K là trung điểm của HC , vẽ đường tròn đường kính AH cắt AK tại F . Chứng minh $BH \cdot HC = AF \cdot AK$
d) Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho B là trung điểm cạnh AE . Chứng minh ba điểm E, H, F thẳng hàng.

CHÚC CÁC CON HỌC SINH ÔN TẬP TỐT!